

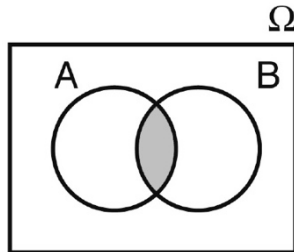
Verknüpfen von Ereignissen

Beispiel: Werfen eines Würfels

A: „Augenzahl gerade“ $A = \{2, 4, 6\}$

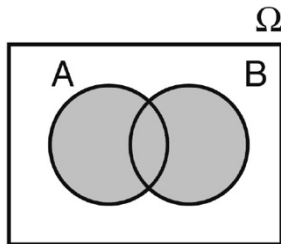
B: „Augenzahl nicht 6“ $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

1. Schnittmenge $A \cap B$: $A \cap B = \{2, 4\}$



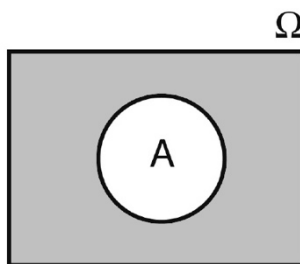
Sprechweise: „A und B sind eingetreten“
„sowohl A als auch B sind eingetreten“

2. Vereinigungsmenge $A \cup B$: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



Sprechweise: „A oder B sind eingetreten“
„Mindestens eines der Ereignisse A, B ist eingetreten“

3. Komplementmenge $\bar{A}$: $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$



Sprechweise: „nicht das Ereignis A ist eingetreten“

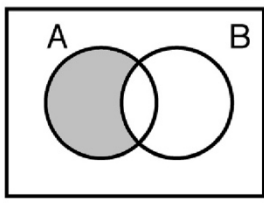
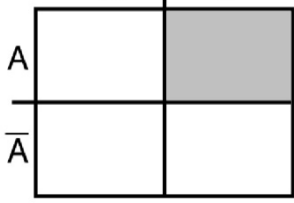
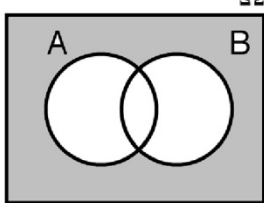
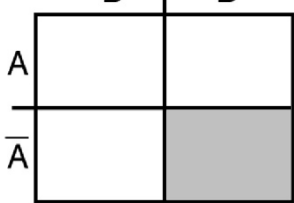
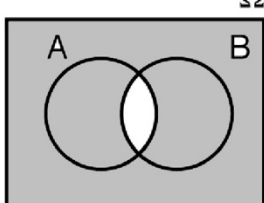
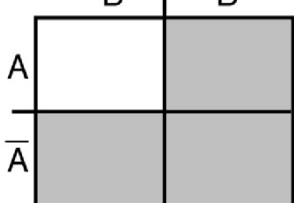
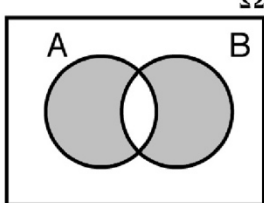
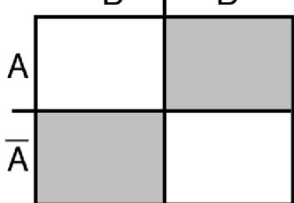
Veranschaulichung der Verknüpfungen mit Hilfe einer Vierfeldertafel:

		B	$\bar{B}$	$\square$	Ω
A		$A \cap B$	$A \cap \bar{B}$		
$\bar{A}$		$\bar{A} \cap B$	$\bar{A} \cap \bar{B}$		
		$\square$			

	B	$\bar{B}$	$\square$
A			
$\bar{A}$			
	$A \cap B$		

	B	$\bar{B}$	$\square$
A			
$\bar{A}$			
	$A \cup B$		

Beispiele für Verknüpfungen von zwei Ereignissen

	Venn-Diagramm	Vierfeldertafel	Umgangssprache
$A \cap \bar{B}$			A und nicht B treten ein
$\bar{A} \cap \bar{B}$ $= \overline{A \cup B}$ Gesetze von de Morgan			Weder A noch B treten ein Keines der beiden Ereignisse tritt ein
$\overline{A \cap B}$ $= \overline{A \cap B}$			Nicht beide Ereignisse treten ein Höchstens eines der Ereignisse tritt ein
$(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$			Genau eines der Ereignisse tritt ein Entweder A oder B tritt ein

Anwendung auf das Eingangsbeispiel:

1. $A \cap \bar{B}$: "Augenzahl ist gerade und 6" $A \cap \bar{B} = \{6\}$
2. $\bar{A} \cap \bar{B}$: "Augenzahl ist nicht gerade und 6" $\bar{A} \cap \bar{B} = \emptyset$
3. $\bar{A} \cup \bar{B}$: "Augenzahl ist nicht gerade oder 6" $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 3, 5, 6\}$
4. $(A \cap B) \cup (B \cap \bar{A})$: "Augenzahl ist entweder gerade oder nicht 6"
 $(A \cap B) \cup (B \cap \bar{A}) = \{1, 3, 5, 6\}$

Wichtige Gesetzmäßigkeiten bei der Verknüpfung von Ereignissen

1. Kommutativgesetze: $A \cap B = B \cap A$
 $A \cup B = B \cup A$
2. Assoziativgesetze: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
3. Distributivgesetze: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4. Gesetze für das Komplement: $A \cap \bar{A} = \emptyset$
 $A \cup \bar{A} = \Omega$
5. $A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cup \emptyset = A$
 $A \cap \Omega = A$ $A \cup \Omega = \Omega$

Satz:

Zwei Ereignisse A und B heißen unvereinbar, wenn $A \cap B = \emptyset$ gilt.

Aufgabe:

Eine Urne enthält zwei rote und sechs weiße Kugeln. Es werden drei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Untersuchen Sie, ob die Ereignisse A: „es wird mindestens zweimal eine weiße Kugel gezogen“ und B: „es wird höchstens zweimal eine weiße Kugel gezogen“ unvereinbar sind.

$$\Omega = \{rrw, rwr, rww, wrr, wrw, wwr, www\}$$

$$A = \{rww, wrw, wwr, www\} \quad B = \{rrw, rwr, wrr, rww, wrw, wwr\}$$

$$A \cap B = \{rww, wrw, wwr\} \neq \emptyset$$

$\Rightarrow$ A und B sind nicht unvereinbar